

История техники и технологий

УДК 51(929)

DOI 10.62139/2949-608X-2024-2-4-216-228

Механизмы и методы прикладной математики в трудах С.А. Гершгорина

**Смык Александра Федоровна,
Яшина Марина Викторовна**

Московский автомобильно-дорожный государственный
технический университет (МАДИ), Москва, Россия

В статье исследуются работы С.А. Гершгорина (1901–1933), советского математика, получившего за неполных десять лет научной жизни выдающиеся результаты, которые развиваются и обсуждаются до сих пор в ведущих научных журналах. Первые достижения Гершгорина связаны с изобретательской деятельностью: он предложил способ создания механического интегратора, прибора для решения дифференциальных уравнений в частных производных. Дальнейшим развитием метода сеток, предложенного Гершгориним в 1929 г., стало создание в СССР электроинтеграторов, аналоговых счетных машин, позволявших интегрировать уравнения до 20-го порядка для большого числа задач теплотехники, гидравлики, теории упругости. Мировое признание получили так называемые «круги Гершгорина», пионерская работа, в которой представлен метод нахождения собственных значений квадратной матрицы. В статье приводится избранная библиография научных публикаций Гершгорина с 1924 по 1933 г.

Ключевые слова: С.А. Гершгорин, решение уравнения Лапласа, круги Гершгорина, механический интегратор, метод сеток, прикладная механика

Mechanisms and Methods of Applied Mathematics in the Works of S.A. Gershgorin

**Alexandra F. Smyk
Marina V. Yashina**

Moscow Automobile and Road Construction
Technical University (MADI), Moscow, Russia

The article examines the works of S.A. Gershgorin (also spelled Gerschgorin) (1901–1933), a Soviet mathematician whose outstanding accomplishments of less than ten years of his scientific life are still being elaborated and cited in leading scientific journals. Gershgorin's early achievements are associated with his inventions: he proposed a way to create a mechanical integrator, a device for solving partial differential equations (Laplace equation). A further development of the grid method proposed by Gershgorin in 1929 was the creation in the USSR of electrical integrators – the analog calculating machines that allowed integrating equations up to the 20th order for a large number of problems in thermal engineering, hydraulics, and elasticity theory. His pioneering method for finding the eigenvalues of a square matrix, the so-called Gershgorin's circles, received worldwide recognition. The article provides a selected bibliography of S.A. Gershgorin's scientific works published from 1924 to 1933.

Keywords: S.A. Gershgorin (Gerschgorin), numerical solution of the Laplace equation, Gershgorin circles, mechanical integrator, grid method, applied mechanics

Введение

В центре историко-научных исследований, посвященных генезису и развитию важных открытий, всегда находится память об ушедших творцах и мыслителях. К числу блестящих математиков, оставивших заметный след в истории науки, но парадоксально забытых, относится Семен Аронович Гершгорин (1901–1933). Упомянутый во всех математических энциклопедиях, сотнях статей и книг, оставивший работы, которые цитируются спустя почти столетие после публикации, он удостоился только одного историко-научного исследования, специально посвященного его личности и трудам (Varga, 2004).

Гершгорин родился в городе Пружаны Гродненской губернии 11 августа 1901 г., образование получил в Петрограде (Ленинграде), там же прошла и вся его научная деятельность, там же он умер 30 мая 1933 г.

Журнал «Прикладная математика и механика» писал в некрологе: «Потеря, понесенная в лице скончавшегося С.А. Гершгорина советской наукой, огромна и невознаградима. С.А. занимал в науке свое особое место... это место остается пустым. Тщательно собрать и подытожить все сделанное С.А., не дать пропасть ни одному из незавершенных еще его замыслов – таков долг советской науки перед памятью одного из лучших ее представителей» ([Некролог], 1933, с. 3). За неполные десять лет научной жизни он опубликовал несколько статей на русском и немецком языке (Гершгорин, 1925а; Гершгорин, 1925b; Гершгорин, 1926а; Гершгорин, 1926b; Гершгорин, 1927а; Гершгорин, 1927b; Гершгорин, 1928; Гершгорин, 1929; Gerschgorin, 1930; Gerschgorin, 1931; Gerschgorin, 1932;



Семен Аронович Гершгорин
(1901–1933)

Гершгорин, 1933a; Гершгорин, 1933b; Гершгорин, 1933c; Гершгорин, 1933d), получил патенты на изобретения пространственных механизмов¹.

Его с полным основанием можно назвать советским математиком: Петроградский технологический институт с квалификацией инженер-технолог он окончил в 1923 г. В этом институте Гершгорин остался работать, здесь подготовил и опубликовал первые научные труды, показавшие его чрезвычайную одаренность: все статьи написаны без соавторов и посвящены решению задач прикладной математики – численному решению эллиптических дифференциальных уравнений. Вскоре он получил должность профессора в Ленинградском политехническом институте.

Начало его карьеры пришлось на время brutального реформирования науки и высшей школы и массовых репрессий научно-технической интеллигенции (Демидова, 2006). На основе факультетов, а зачастую и отдельных специализаций существовавших институтов реформа создала новые технические вузы, «втузы». Каждый втуз ориентировался на выпуск специалистов для определенной отрасли и подчинялся соответствующим отраслевым органам управления, а лаборатории и мастерские были общего пользования, что вносило беспорядок в учебный процесс. В 1929 г. началась внутренняя перестройка Политехнического института, а 30 июня 1930 г. он перестал существовать. (Только в ноябре 1940 г. ему вернули название «Политехнический».) С самого открытия в 1902 г. Петербургский политехнический институт отличался от появившихся годом ранее Киевского и Варшавского тем, что в нем существовали экономическое, электромеханическое, металлургическое, кораблестроительное отделения, поэтому неслучайно в 1930 г., согласно Постановлению Совнаркома СССР, утвердившему образование узкопрофильных институтов, которые передавались в ведение соответствующих Наркоматов, на месте Ленинградского политехнического возникли десять самостоятельных институтов, среди которых Всесоюзный котлотурбинный, Гидротехнический, Машиностроительный, Металлургический, Электромеханический, Инженерная академия и Физико-механический институт. В эти сложные годы Гершгорин сначала работал в Котлотурбинном институте, который просуществовал с 1930 по 1932 г., а затем вошел в состав Электромеханического института. В Электромеханическом институте Гершгорин заведовал отделением механики и одновременно преподавал в Ленинградском государственном университете.

В 1933 г. Гершгорин стал профессором механико-математического факультета ЛГУ. В справочнике, составленном Комитетом учета и изучения

¹ Прибор для вычерчивания так называемых кривых Жуковского, например, профилей аэропланых крыльев, пропеллеров и т.п. К патенту С.А. Гершгорина, заявленному 25 октября 1927 года (заяв. свид. № 20339). Прибор для интегрирования дифференциальных уравнений для нахождения корней численных уравнений. К патенту С.А. Гершгорина, заявленному 8 мая 1924 года (заяв. свид. №78203). Прибор для Устройство для решения двумерного уравнения Лапласа. Свидетельство на изобретение RU 2121166S1.

научных сил СССР (1934 г.), есть сведения о том, что С.А. Гершгорин является заведующим кафедрой теоретической механики Ленинградского машиностроительного института и научным сотрудником Ленинградского отделения ГНЭИС (Государственный научно-экспериментальный институт гражданских, промышленных и инженерных сооружений) (Наука и научные работники СССР, 1934). В этом справочнике перечислены области научной работы Гершгорина: теоретическая механика, теория механизмов, теория пластинок, приближенное интегрирование дифференциальных уравнений. Известно также, что Гершгорин состоял членом Ленинградского физико-математического общества и публиковал работы в его журнале, основанном академиком В.А. Стекловым.

Советское требование «включить всю математическую работу в общий план социалистического строительства» не противоречило идеям школы П.Л. Чебышева, который рассматривал применение математики в практических задачах как залог решения проблем глубокого теоретического значения. С прикладной механики начал свою научную деятельность и Гершгорин. Основными направлениями научной работы в новых институтах, возникших в результате реформирования Ленинградского политехнического института, были: создание теории моделирования процессов теплообмена, теории и систем автоматического регулирования, методов расчета циркуляции, исследования внутрикотловых процессов, процессов горения, течений с большими скоростями, исследования решеток профилей турбин и турбомашин, вопросы прочности и ресурса энергооборудования и др. Над этими задачами, диктуемыми индустриализацией, работал и Гершгорин. О важности полученных им результатов говорит тот факт, что в 1931 г. его статью «О разграничении собственных значений матрицы» (Gerschgorin, 1931) в журнал «Известия Академии наук» представлял академик А.Н. Крылов.

Изобретения и механизмы С.А. Гершгорина

Почти все работы Гершгорина относятся к области прикладной математики. Среди известных его работ – метод механического интегрирования дифференциальных уравнений в частных производных (Гершгорин, 1925; Гершгорин, 1926; Гершгорин, 1927b). Первые его достижения в науке связаны с изобретением прибора, позволяющего находить решения дифференциальных уравнений в частных производных (уравнение Лапласа). История создания механических устройств, позволяющих находить решения дифференциальных уравнений, началась еще в XIX в. и относится к созданию аналоговых вычислительных машин, имитирующих процесс вычисления. К таким устройствам относится интегратор (механический, гидравлический, электрический). В 1904 г. А.Н. Крылов при проектировании кораблей предложил идею механического интегратора для решения дифференциальных уравнений, который был построен в 1912 г. на одном из заводов, но к, сожалению, не сохранился из-за начавшейся Первой мировой войны (Артоболевский, 1979). 8 мая 1924 г. Гершгорин

заявил патент на изобретение, которое называлось «Прибор для интегрирования дифференциальных уравнений и для нахождения корней численных уравнений». Решение о выдаче патента сроком на 15 лет было опубликовано 27 февраля 1927 г.

В задачах математической физики, к которым относятся задачи теории упругости, гидродинамики, электричества, возникает функция u двух независимых переменных x и y , удовлетворяющих уравнению в частных производных

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

С помощью прибора, предложенного Гершгориним, происходит механическое решение этой задачи, а также решение более общей задачи интегрирования уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \varphi(x, y)$$

и нахождение корней (вещественных и комплексных) численных уравнений с любой степенью точности.

Прибор основан на способе приближенного решения дифференциальных уравнений путем превращения их в уравнения в конечных разностях. Гершгориним была предложена механическая модель для разностного алгебраического уравнения. Если x и y – декартовы координаты на плоскости, то двумя взаимно-перпендикулярными системами прямых, параллельных осям координат, плоскость делится на сеть квадратиков со стороной h (рис. 1). Вместо уравнения Лапласа можно рассматривать уравнение

$$u_a = \frac{1}{4}(u_b + u_c + u_d + u_e).$$

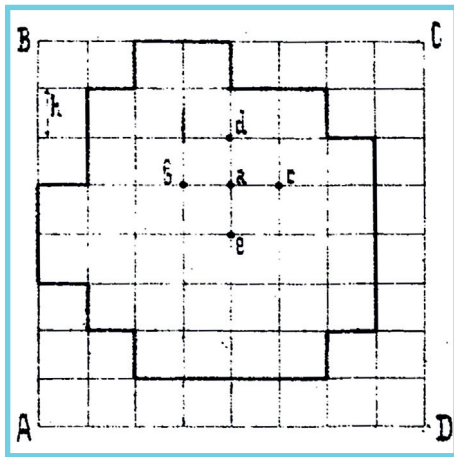


Рис. 1. Квадратная сетка Гершгорина (прибор, запатентованный в 1924 г.)

В каждой точке значение u есть среднеарифметическое значение той же функции в 4 соседних точках (рис. 1). Если задать значение функции и на контуре, значение функции внутри контура определяется однозначно. Контуром служит как основной контур прибора (квадрат $ABCD$), так и всякая другая кривая, расположенная внутри его. Если контур криволинейный, он заменяется подходящей ломанной, как это показано на рис. 1. Точность такой модели зависит от шага сетки. Точность можно увеличить, сгущая сетку в местах больших градиентов функции.

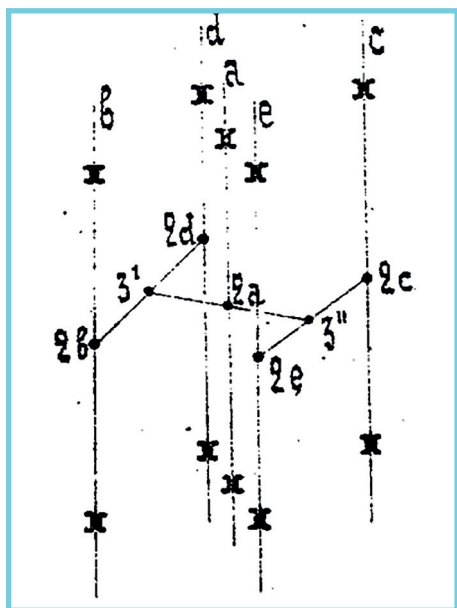


Рис. 2. Закрепление спиц в приборе Гершгорина (прибор, запатентованный в 1924 г.)

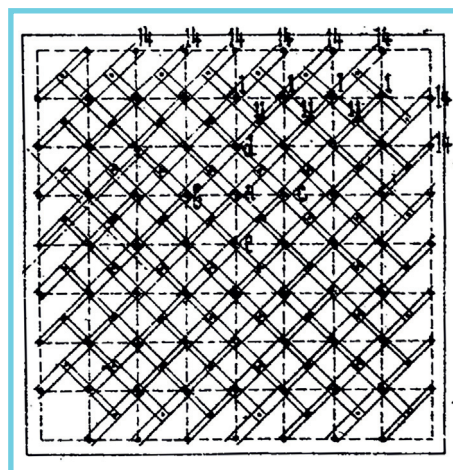


Рис. 3. Схематический план устройства Гершгорина (прибор, запатентованный в 1924 г.)

Во всех вершинах квадратной сетки помещаются спицы, перпендикулярные к плоскости XU , которые могут перемещаться вверх-вниз (рис.2). Схематичный план устройства показан на рис.3. Если между спицами создать такую механическую связь, чтобы высота поднятия какой-нибудь спицы 1а над некоторой основной плоскостью, параллельной плоскости XU , была равна среднеарифметическому между высотами поднятия четырех соседних спиц, то при любом положении механизма высоты спицы будут давать в соответствующих точках значение некоторой функции u , удовлетворяющей уравнению Лапласа. Для того чтобы это решение подчинялось заданным условиям на контуре, нужно в каждой точке, лежащей на контуре, поднять спицу на величину, равную заданному значению функции в данной точке контура и затем закрепить ее в указанном положении. По мере установки контурных спиц на требуемой высоте, спицы внутри контура будут передвигаться сами собой, и с закреплением последней спицы на контуре все внутренние спицы займут нужное положение. Остается измерить высоты всех спиц над основной плоскостью при помощи нанесенных на спицы делений или посредством масштаба, они дадут решение данной задачи. В статьях «Прибор для интегрирования уравнения Лапласа» (1925) и «К описанию прибора для интегрирования дифференциального уравнения Лапласа» (1926) Гершгорин подробно описал свой оригинальный механизм.

В своей первой работе о механизмах для построения функций комплексного переменного он дал общую методику построения шарнирного механизма, связывающего две точки так, что, если одна пробегает по плоскости комплексного переменного z , другая проходит через соответствующие точки плоскости $\zeta - f(z)$. Возможность построения такого

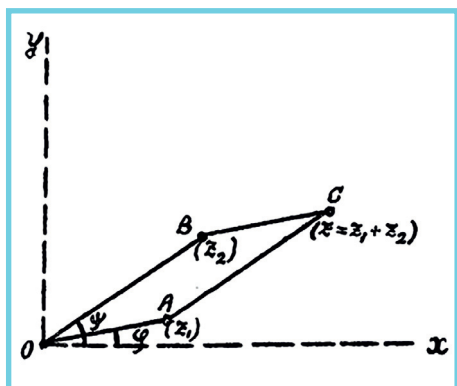


Рис. 4. Сложение комплексных чисел с помощью шарнирного параллелограмма

механизма доказывается для любой алгебраической функции $f(z)$. В статье (Гершгорин, 1928) более подробно описывается реализованный механизм для построения функции

$$\zeta = \frac{1}{2} \left(z + \frac{r^2}{z} \right).$$

В статье «О механизмах для построения функций комплексного переменного» (1926) Гершгорин останавливается на недостатках шарнирных механизмов для любой алгебраической функции, которые главным образом

связаны с количеством стержней, которые мешают друг другу при работе (Гершгорин, 1926b). В этой работе он предлагает сложение двух комплексных чисел $z_1 = ae^{i\varphi}$ $z_2 = be^{i\psi}$ с переменными аргументами, но постоянными a и b производить с помощью шарнирного параллелограмма со сторонами a и b и с вершиной O в начале координат (рис. 4). Сумма дается точкой C . Этот метод стал известен как «механизм Гершгорина» и применяется при решении задач механики (Артоболевский, 1979) Гершгорин дал общее решение для построения подобных механизмов и доказал, что эти механизмы, могут быть выполнены чисто шарнирно.

Устройства для решения уравнения Лапласа изобретались и позже, применялись они в самых различных областях: электротехнике, строительстве и архитектуре, педагогике (Иванов, Сестрорецкий, Боголюбов, 2008).

Об изобретательском таланте Гершгорина свидетельствуют и другие механизмы, получившие его имя. Например, кривошипно-шатунный механизм Гершгорина для очерчивания профиля крыла самолета (прибор, запатентованный в 1927 г.). Его упоминает И.И. Артоболевский в книге о механизмах в современной технике, там же рассматриваются задачи с использованием механизма Гершгорина (одна из задач приведена на рис. 5) (Артоболевский, 1979).

В 1926 г. в статье «О механизмах построения функций комплексного переменного» Гершгорин описал механизмы связи, реализующие сложные арифметические операции сложения, вычитания, умножения и деления. Он описал механизмы построения соотношений $w = z^2$ и $w = z^3$, который также можно применять для извлечения квадратных и кубических корней. Английский математик Дж.Дж. Сильвестр доказал, что любое алгебраическое соотношение между реальными переменными можно смоделировать с помощью механизмов сцепления, но не упомянул о возможности реального построения таких механизмов. Гершгорин предложил создавать механизмы связи для различных стандартных функций, которые

Задача 351. На рис. 259 показан механизм Гершгорина. В точках D и C двух одинаковых зубчатых колес на расстояниях r_1 и r_2 от их центров присоединены одинаковые по длине стержни DF и CF , соединенные между собой шарниром. К серединам этих стержней шарнирно присоединены стержни KM и LM так, что фигура $KMLF$ образует ромб. Определить траекторию точки M при движении механизма, если в начальный момент точки D , C и M лежали на прямой, соединяющей центры колес A и B .

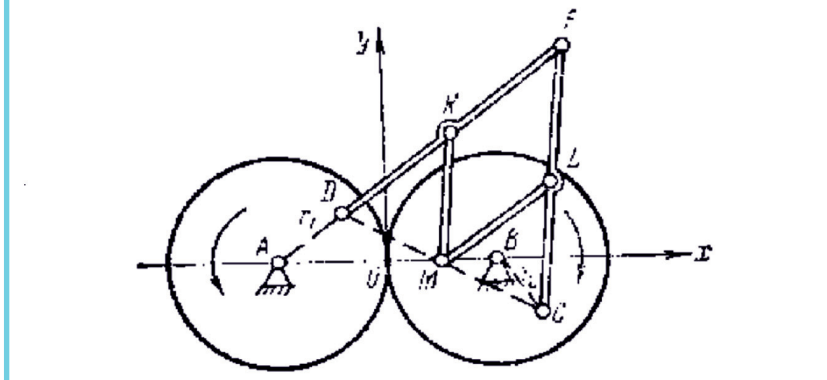


Рис. 5. Задача механики, в которой используется механизм Гершгорина (Артоболовский, 1979)

затем можно было бы собрать в более крупные механизмы для более сложных функций. Он стал первым, кто сконструировал аналоговые устройства, применив комплексные переменные к теории механизмов.

Метод сеток

Почти одновременно с механическим интегратором Гершгорин разработал метод сеток, который послужил основой для электроинтегратора (Гершгорин, 1929). На эту пионерскую работу вскоре обратили внимание советские ученые, на нее ссылаются во всем мире до сих пор (Веников, 1956; Федоров, 1969; Уилкинсон, 1970; Соловьев, 1983; Stankovic, 2022). Универсальным и эффективным методом решения дифференциальных уравнений в частных производных является метод конечных разностей – метод сеток. Он позволяет сводить приближенное решение нелинейных уравнений в частных производных к решению системы конечного порядка линейных алгебраических уравнений. Области, в которых метод конечных разностей нашел применение: расчет потенциальных полей различной физической природы, нестационарные и нелинейные процессы теплопроводности в неоднородных средах, задачи газодинамики и магнитодинамики, ядерной энергетики (расчет критического режима ядерного реактора), физики плазмы, статистические задачи теории упругости. Все перечисленные области имеют дело с системами уравнений в частных производных.

Работы Гершгорина заложили основы построения сеточных моделей. В СССР в 1938 г. были построены механический интегратор и

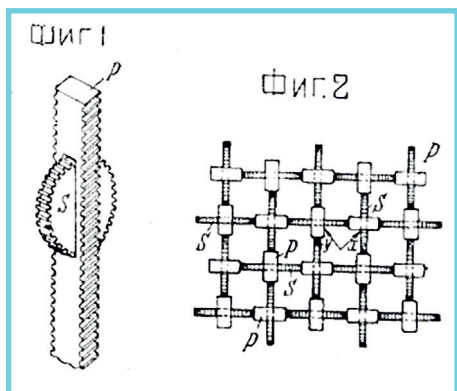


Рис. 6. Изобретение И.С. Брука

электрический расчетный стол для определения стационарных режимов энергетических систем². Идея работы механического прибора, предложенного И.С. Бруком в 1936 г., аналогична использованной Гершгориним еще в 1924 г. Уравнение Лапласа преобразуется заменой бесконечно малых конечными разностями и значение искомой функции равняется среднему арифметическому из значений функции в вершинах квадрата, в центре которого находится точка (x, y) . В приборе Брука параллельно расположенные зубчатые рейки P перемещаются в направляющих, перпендикулярных плоскости, в которой расположена область интегрируемой функции, и связанных между собой шестеренками S (фиг. 1 и фиг. 2 на рис. 6).

В дальнейшем Брук использовал идею Гершгорина, изложенную в работе «Об электрических сетках для приближенного решения дифференциального уравнения Лапласа», для создания электроинтеграторов с помощью метода электрических сеток. Эта сетка была радиотехническим аналогом конечноразностной схемы для дифференциального уравнения в частных производных. В 30–40-е гг. под руководством Брука создавались машины ЭДА – электронный дифференциальный анализатор, позволяющие интегрировать уравнения до 20-го порядка. Счетные машины для большого числа задач теплотехники, гидравлики, теории упругости создавались в лаборатории электрического моделирования Энергетического института им. Г.М. Кржижановского под руководством Л.И. Гутенмахера (Гутенмахер, 1943). Таким образом, серия работ Гершгорина привела к возникновению нового класса аналоговых вычислительных машин (АВМ) – электроинтеграторов сеточного типа, которые весьма продуктивно использовались вплоть до 70-х гг.

«Круги Гершгорина»

В 1930 г. Гершгорин описал метод, который в математике получил название «круги Гершгорина» (Gerschgorin, 1930; Гершгорин, 1933). Круги Гершгорина – это набор кругов на комплексной плоскости, определяемых по квадратной матрице, таких, что все собственные значения данной матрицы заведомо лежат внутри каких-то из этих кругов. Этот метод позволяет получить априорное ограничение на расположение собственных значений квадратной матрицы. Гершгорин доказал две теоремы. Первая теорема Гершгорина: любое собственное значение матрицы A лежит по

² Прибор для интегрирования уравнений Лапласа. Изобретение опубликовано 31 марта 1938 г. Заявлено 11 мая 1936 г.

крайней мере в одном из кругов с центрами a_{ij} и радиусами $\sum |a_{ij}|$. Первую теорему Гершгорина можно трактовать как теорему о возмущениях диагональной матрицы $D = \text{diag}(a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn})$. Она показывает, что если недиагональные элементы матрицы A малы, то ее собственные значения мало отличаются от собственных чисел матрицы D .

Вторая теорема Гершгорина: если указанное в первой теореме объединение кругов распадается на несколько составных частей, то каждая такая часть содержит столько собственных значений, сколько кругов ее составляют.

Этот метод с самого начала был высоко оценен и продолжает привлекать внимание ученых до настоящего времени (Соловьев, 1983; Stankovic, 2022). Для мировой известности «кругов Гершгорина» немаловажно, что одна из посвященных им статей опубликована на немецком языке. Теоремы Гершгорина используются при исследовании задач теории возмущений (Уилкинсон, 1970). Обобщения теорем Гершгорина применяются для локализации собственных значений операторов при анализе устойчивости систем (Соловьев, 1983). Современное развитие компьютерных наук (Computer sciences) привело к активному использованию теорем Гершгорина для вычисления спектральной плотности эрмитовых матриц, что актуально для квантовой механики, крупномасштабных вычислений и теории обработки сигналов (Stankovic, 2022). Наиболее полное исследование различных аспектов, связанных с теоремами Гершгорина о локализации собственных значений квадратной матрицы, дано в книге (Varga, 2004).

Заключение

В истории математики труды С.А. Гершгорина имеют большое значение. Все они связаны с областью прикладной математики: численным интегрированием эллиптических дифференциальных уравнений, спектром собственных значений квадратной матрицы. Метод электрических сеток, разработанный Гершгориним, послужил основой создания аналоговых счетных машин. Его короткая научная жизнь пришлась на 20-е годы и внезапно оборвалась в 1933 г. Это десятилетие было связано с становлением советского образования и науки, неизбежными ломкой и изменениями общественной жизни. За рамками данной публикации остались вопросы становления Гершгорина как математика, его взаимодействия и влияния на коллег и учеников. В базе данных «Преподавательский корпус Петроградско-Ленинградского университета, 1914–1934 гг.» указан ученик Гершгорина – Сергей Георгиевич Лехницкий³. Выдающиеся результаты,

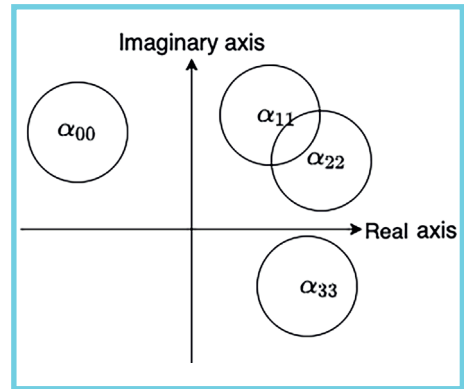


Рис. 7. Круги Гершгорина (Varga, 2004)

³ Гершгорин Семен Аронович (spbu.ru) <https://bioslovhist.spbu.ru/person>.

полученные Гершгориним, его научная деятельность могут быть наиболее полно осознаны только в контексте обстоятельств его жизни, о которой и спустя столетие так мало известно.

Источники и литература

1. *Артоболевский И.И.* Механизмы в современной технике. Т. 2. М.: Наука, 1979. 560 с.
2. *Веников В.А.* Физическое моделирование электрических систем. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1956. 359 с.
3. *Гершгорин С.А.* Прибор для интегрирования уравнения Лапласа // Журнал прикладной физики. 1925. Т. 2. С. 161–167.
4. *Гершгорин С.А.* Об одном методе интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений // Журнал Русского физико-химического общества. 1925. № 27. С. 171–178.
5. *Гершгорин С.А.* К описанию прибора для интегрирования дифференциального уравнения Лапласа // Журнал прикладной физики. 1926. Т. 3. С. 271–274
6. *Гершгорин С.А.* О механизмах для построения функций комплексного переменного // Журнал физико-математического общества. 1926. Т. 1. Вып. 1. С. 102–113.
7. *Гершгорин С.А.* О числе нулей функции и ее производной // Журнал физико-математического общества. 1927. № 1. С. 248–256.
8. *Гершгорин С.А.* О приближенном интегрировании уравнений Лапласа и Пуассона // Известия Ленинградского политехнического института. 1927. № 20. С. 75–95.
9. *Гершгорин С.А.* Механизм для построения функции комплексного переменного $\zeta = \frac{1}{2} \left(z + \frac{r^2}{z} \right)$ // Известия Ленинградского политехнического института. 1928. № 26. С. 17–24.
10. *Гершгорин С.А.* Об электрических сетках для приближенного решения дифференциального уравнения Лапласа // Журнал прикладной физики. 1929. Т. 6, вып. 3–4. С. 3–29.
11. *Гершгорин С.А.* О механическом построении профилей аэропланых крыльев типа проф. Мизеса // Вестник механики и прикладной математики. 1929. Т. 1. С. 22–40.
12. *Гершгорин С.А.* Колебания пластинок, нагруженных сосредоточенными массами // Прикладная математика и механика. 1933. Т. 1. № 1. С. 25–37.
13. *Гершгорин С.А.* О конформном отображении произвольной области на круг // Математический сборник. 1933. № 40. С. 48–58.
14. *Гершгорин С.А.* Об изгибе пластинок нагрузками, распределенными по площади круга // Прикладная математика и механика. 1933. Т. 1. № 2. С. 159–166.
15. *Гершгорин С.А.* О влиянии наложения дополнительных масс на колебания материальной системы // Прикладная математика и механика. 1933. Т. 1. № 1. С. 13–24.
16. *Гутенмахер Л.И.* Электрическое моделирование (электроинтегратор). М.; Л.: Изд-во АН СССР. 1943. 128 с.
17. *Демидова Е.И.* Исторический опыт и проблемы реформирования советской высшей школы. Саратов: Издат. центр СГСЭУ, 2006. 143 с.
18. *Иванов С.А., Сестрорецкий Б.В., Боголюбов А.Н.* Метод импедансного аналога электромагнитного пространства для решения начально-краевых задач электродинамики // Вычислительные методы и программирование. 2008. Т. 9. С. 274–304.
19. На Ленинградском математическом фронте. М.; Л.: Государственное социально-экономическое издательство, 1931. 44 с.
20. Наука и научные работники СССР: справочник. Ч. 5.: Научные работники Ленинграда. Л., 1934. 723 с.
21. [Некролог] // Прикладная математика и механика. 1933. Т. 1. № 1. С. 4.
22. *Соловьев В.Н.* Обобщение теоремы Гершгорина // Известия АН СССР. Сер. матем. 1983. Т. 47. Вып. 6. С. 1285–1302.
23. *Тимошенко С.П.* Описание прибора А.Н. Крылова для интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений // Известия Санкт-Петербургского политехнического института. 1905. Т. 3. Вып. 3–4. С. 397–406.
24. *Уилкинсон Дж.Х.* Алгебраическая проблема собственных значений. М.: Наука, 1970. 564 с.

25. Федоров Н.Н. Решение некоторых задач электродинамики в неоднородных средах методами конечно разностных сеток: дис.: ... д-ра тех. наук. М., 1969. 472 с.

26. Gerschgorin S. Fehlerabschätzung für das Differenzenverfahren zur Lösung partieller Differentialgleichungen // Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. 1930. V. 10. P. 373–382.

27. Gerschgorin S. Über die Abgrenzung der Eigenwerte einer Matrix // Известия Академии наук СССР. VII серия. Отделение математических и естественных наук. 1931. Вып. 6. С. 749–754.

28. Gerschgorin S. Über einen allgemeinen Mittelwertsatz der mathematischen Physik // Доклады Академии наук (А). 1932. № 2. С. 50–53.

29. Stankovic L. On the sparsity bound for the existence of a unique solution in compressive sensing by the Gerschgorin theorem // Signal Processing. 2022. 190, 108316 doi.org/10.1016/j.sigpro.2021.10831

30. Varga R.S. Geršgorin and his Circles. Springer, 2004.

References

1. Artobolevsky, Ivan I. *Mekhanizmy v sovremennoi tekhnike*. Vol. 2, Nauka, 1979.

2. Venikov, Valentin A. *Fizicheskoe modelirovanie elektricheskikh sistem*. Gosenergoizdat, 1956.

3. Gershgorin, Semyon A. "Pribor dlya integrirvaniya uravneniya Laplasya." *Zhurnal prikladnoi fiziki*, no. 2, 1925, pp. 161–167.

4. Gershgorin, Semyon A. "Ob odnom metode integrirvaniya obyknovennykh differentsial'nykh uravnenii." *Zhurnal Russkogo fiziko-khimicheskogo obshchestva*, no. 27, 1925, pp. 171–178.

5. Gershgorin, Semyon A. "K opisaniyu pribora dlya integrirvaniya differentsial'nogo uravneniya Laplasya." *Zhurnal prikladnoi fiziki*, vol. 3, 1926, pp. 271–274

6. Gershgorin, Semyon A. "O mekhanizmakh dlya postroeniya funktsii kompleksnogo peremennogo." *Zhurnal fiziko-matematicheskogo obshchestva*, vol. 1, iss. 1, 1926, pp. 102–113.

7. Gershgorin, Semyon A. "O chisle nulei funktsii i ee proizvodnoi." *Zhurnal fiziko-matematicheskogo obshchestva*, no. 1, 1927, pp. 248–256.

8. Gershgorin, Semyon A. "O priblizhennom integrirvanii uravnenii Laplasya i Puassona." *Izvestiya Leningradskogo politekhnicheskogo instituta*, no. 20, 1927, pp. 75–95.

9. Gershgorin, Semyon A. "Mekhanizm dlya postroeniya funktsii kompleksnogo peremennogo $\zeta = 1/2(z + r^2/z)$ " *Izvestiya Leningradskogo politekhnicheskogo instituta*, no. 26, 1928, pp. 17–24.

10. Gershgorin, Semyon A. "Ob elektricheskikh setkakh dlya priblizhennogo resheniya differentsial'nogo uravneniya Laplasya." *Zhurnal prikladnoi fiziki*, vol. 6, iss. 3–4, 1929, pp. 3–29.

11. Gershgorin, Semyon A. "O mekhanicheskom postroenii profilei aeroplannykh kryl'ev tipa prof. Mizesa." *Vestnik mekhaniki i prikladnoi matematiki*, no. 1, 1929, pp. 22–40.

12. Gershgorin, Semyon A. "Kolebaniya plastinok, zagruzhennykh sosredotochennymi massami." *Prikladnaya matematika i mekhanika*, vol. 1, no. 1, 1933, pp. 25–37.

13. Gershgorin, Semyon A. "O konformnom otobrazhenii proizvod'noi oblasti na krug." *Matematicheskii sbornik*, no. 40, 1933, pp. 48–58.

14. Gershgorin, Semyon A. "Ob izgibe plastinok nagruzkami, raspredelennymi po ploshchadi kruga." *Prikladnaya matematika i mekhanika*, vol. 1, no. 2, 1933, pp. 159–166.

15. Gershgorin, Semyon A. "O vliyaniy nalozheniya dopolnitel'nykh mass na kolebaniya material'noi sistemy." *Prikladnaya matematika i mekhanika*, vol. 1, no. 1, 1933, pp. 13–24.

16. Gutenmakher, Lev I. *Elektricheskoe modelirovanie (elektrointegrator)*. Izd-vo AN SSSR. 1943.

17. Demidova, Elena I. *Istoricheskii opyt i problemy reformirovaniya sovetskoi vysshei shkoly*. Izdat. tsentr SGSEU, 2006.

18. Ivanov, Sergei A. and Boris V. Sestroretskii, Aleksandr N. Bogolyubov. "Metod impedansnogo analoga elektromagnitnogo prostranstva dlya resheniya nachal'no-kraevykh zadach elektrodinamiki." *Vychislitel'nye metody i programmirovaniye*, vol. 9, 2008, pp. 274–304.

19. *Na Leningradskom matematicheskom fronte*. Gosudarstvennoe sotsial'no-ekonomicheskoe izdatel'stvo, 1931.

20. *Nauka i nauchnye rabotniki SSSR: spravochnik. Ch. 5.: Nauchnye rabotniki Leningrada.* Leningrad, 1934.
21. “[Nekrolog].” *Prikladnaya matematika i mekhanika*, vol. 1, no. 1, 1933, p. 4.
22. Solov'ev, Vladimir N. “Obobshchenie teoremy Gershgorina.” *Izvestiya AN SSSR. Ser. matemat.*, vol. 47, iss. 6, 1983, pp. 1285–1302.
23. Timoshenko, Stepan P. “Opisanie pribora A.N. Krylova dlya integrirvaniya obyknovennykh differentsial'nykh uravnenii.” *Izvestiya Sankt-Peterburgskogo politekhnicheskogo instituta*, vol. 3, iss. 3–4, 1905, pp. 397–406.
24. Wilkinson, James H. *The algebraic eigenvalue problem.* Translated into Russian, Nauka, 1970.
25. Fedorov, Nikolai N. *Reshenie nekotorykh zadach elektrodinamiki v neodnorodnykh sredakh metodami konechno raznostnykh setok: dis.: ... d-ra tekhn. nauk.* Moscow, 1969.
26. Gerschgorin, Simon. “Fehlerabschätzung für das Differenzenverfahren zur Lösung partieller Differentialgleichungen.” *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, vol. 10, 1930, pp. 373–382.
27. Gerschgorin, Simon. “Über die Abgrenzung der Eigenwerte einer Matrix.” *Izvestiya Akademii nauk SSSR. VII seriya. Otdelenie matematicheskikh i estestvennykh nauk*, iss. 6, 1931, pp. 749–754.
28. Gerschgorin, Simon. “Über einen allgemeinen Mittelwertsatz der mathematischen Physik.” *Doklady Akademii nauk (A)*, no. 2, 1932, pp. 50–53.
29. Stanković, Ljubiša. “On the sparsity bound for the existence of a unique solution in compressive sensing by the Gershgorin theorem.” *Signal Processing*, vol. 190, 2022. 108316 doi.org/10.1016/j.sigpro.2021.10831
30. Varga, Richard S. *Geršgorin and his Circles.* Springer, 2004.

Сведения об авторах:

Смык Александра Федоровна, доктор физико-математических наук, доцент Московского автомобильно-дорожного государственного технического университета (МАДИ); e-mail: afsmyk@mail.ru. <https://orcid.org/0009-0009-0137-4163>.

Яшина Марина Викторовна, доктор технических наук, заведующий кафедрой «Высшая математика» Московского автомобильно-дорожного государственного технического университета (МАДИ); e-mail: yash-marina@yandex.ru. <https://orcid.org/0000-0001-8810-918X>.

Дата поступления статьи: 31.05.2024

Одобрено: 20.11.2024

Дата публикации: 27.12.2024